Abgabe: 22.11.2016

Übung 4 zur Vorlesung Physik V

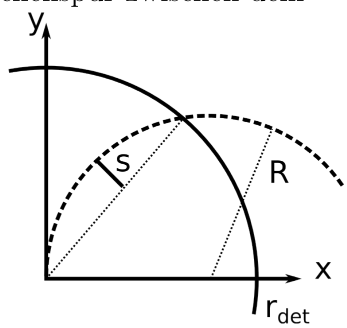
Aufgabe 1: Impulsmessung mit Spurdetektor
Fur ein Beschleunigerexperiment sollen Sie einen Spurdetektor entwickeln, der in einem Magnetfeld von $B = 4\text{T}$ zur Messung der Impulse von geladenen Teilchen verwendet wird. Die Magnetfeldlinien verlaufen parallel zum Strahlrohr, d.h. senkrecht zur x-y-Ebene. Sie können annehmen, dass die Teilchen exakt vom Nullpunkt des Koordinatensystems kommen und sich nur innerhalb der x-y-Ebene bewegen.

a) Bestimmen Sie den Krümmungsradius R für Myonen mit einem Impuls von $50\,\text{GeV}$. Bei welchem Impuls beträgt der Krümmungsradius $R_1 = 2\text{cm}$ und $R_2 = 0{,}55\text{m}$? **2 (A)**

b) Leiten Sie die folgende Formel für die Sagitta s einer Teilchenspur zwischen dem Entstehungsort des Teilchens und einem Punkt auf der Kreisbahn im Abstand r_{det} her:

$$s \approx \frac{r_{\text{det}}^2 qB}{8p}$$

Diese Formel gilt für hochenergetische Teilchen mit Impuls $p > 10\,\text{GeV}$. Verwenden Sie bei der Herleitung die Näherung $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{x}{2}$, die für kleine x gilt.



2 (B)

c) Leiten Sie den Zusammenhang zwischen der Impulsauflösung Δp und der Sagitta-Auflösung Δs her:

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta s}{s}$$

1 (A)

d) Überlegen Sie, bei welchen Radien die Detektorlagen angebracht werden müssen, um die Impulsauflösung eines einzelnen Teilchens zu maximieren. Sie können zwei zylindrische Lagen aus ortsauflösenden Silizium-Detektoren an beliebigen Radien zwischen $r_1 = 4\text{cm}$ und $r_2 = 1{,}1\text{m}$ anbringen. **1 (A)**

e) Aufgrund von technischen Überlegungen entscheidet man sich, den Magneten nur bei $B = 3{,}8\text{T}$, statt bei den geplanten $B = 4\text{T}$ zu betreiben. Um vieviel Prozent verschlechtert sich dadurch die relative Impulsauflösung eines Elektrons mit einem Impuls von $1\,\text{TeV}$? Die Sagitta-Auflösung beträgt $\Delta S = 10\mu\text{m}$. Die Unsicherheit auf B kann vernachlässigt werden. **1 (A)**

Aufgabe 2: Elektromagnetisches Kalorimeter - Schauerbildung

Hochenergetische Photonen oder Elektronen bilden beim Eindringen in Materie einen elektromagnetischen Schauer. Die Teilchenzahl verdoppelt sich dabei in jeder Generation der Schauerentwicklung. Dies wird in elektromagnetischen Kalorimetern zur Messung der Teilchenenergie ausgenutzt.

a) Wie hoch ist die mittlere Teilchenenergie in der n-ten Generation? **1 (A)**

b) Die maximale Schauerentwicklung wird erreicht, wenn die Teilchenenergien im Mittel die kritische Energie E_c unterschreiten. In welcher Generation n_{max} des Schauers ist dies der Fall? Für die Tiefe des Schauermaximums gilt dann $h_{max} = n_{max} \cdot X_0$. **2 (B)**

c) Diskutieren Sie qualitativ, weshalb die Dicke eines elektromagnetischen Kalorimeters deutlich größer als dieser Wert sein sollte (typischerweise ungefähr das Dreifache). **1 (A)**

Aufgabe 3: π_0 Zerfall

Wir betrachten den isotropen Zerfall eines neutralen Pions mit Impuls $\vec{p}_\pi = P_\pi \vec{e}_z$ in zwei Photonen ($\pi_0 \to \gamma\gamma$).

a) Im Laborsystem werden die beiden Photonen mit einer Energie E_1 und E_2 gemessen. Der Winkel zwischen den beiden Photonen beträgt δ. Geben Sie die Formel für die invariante Masse der beiden Photonen an. **1 (A)**

b) Wie lautet für Photonen die Verteilung $dN/d\cos\theta^*$ mit dem Winkel θ^* zwischen Photon und der z-Achse im Ruhesystem des Pions. **1 (A)**

c) Bestimmen Sie für die Energie E_γ der Photonen im Laborsystem die Verteilung dN/dE_γ und den Wertebereich von E_γ. **2 (B)**

d) Bestimmen und Skizzieren Sie die Verteilung $dN/dP_{T,\gamma}$. **1 (B)**

Aufgabe 4: Dirac-Gleichung

a) Zeigen Sie folgende Beziehung:

$$(\vec{\sigma}\vec{P})\,(\vec{\sigma}\vec{P}) = \vec{P}^2 \cdot I_{2x2}$$

mit den Pauli Matrizen σ. **1 (B)**

b) Verwenden Sie die folgende Darstellung der Dirac-Gleichung, um zu beweisen, dass alle Komponenten des Spinors Ψ die Klein-Gordon-Gleichung erfüllen.

$$\begin{pmatrix} 0 & i\partial_t + \vec{\sigma}\vec{P} \\ i\partial_t - \vec{\sigma}\vec{P} & 0 \end{pmatrix} \Psi = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \Psi \quad \text{mit} \quad \Psi = \begin{pmatrix} \psi_{\mathrm{L}} \\ \psi_{\mathrm{R}} \end{pmatrix}$$

3 (C)