

## Übung 3 zur Vorlesung Physik V

### Aufgabe 1: GZK-Cut-Off

5

Extrem energetischen Teilchen der kosmischen Strahlung bewegen sich auf dem Weg von der Quelle zum Beobachter durch die kosmische Mikrowellenstrahlung.

- a) Berechnen Sie die Schwerpunktsenergie der beiden kollidierenden Teilchen. Hinweis: Nehmen Sie an, dass das Photon und das Proton sich in entgegengesetzter Richtung bewegen. Nehmen Sie des weiteren an, dass das Photon eine Energie von 1 meV hat. Überlegen Sie sich, wie groß die genäherte mittlere Energie dieser Photonen im Ruhesystem eines Protons mit einer Energie von  $10^{20}$  eV ist. 3

- b) Für ausreichend große Schwerpunktsenergien kommt es zu inelastischer  $p\gamma$  Prozessen mit einem mittleren Wechselwirkungsquerschnitt von 300 mb. Berechnen Sie die mittlere Wechselwirkungslänge für inelastische  $p\gamma$ -Streuung. Hinweis: Die Anzahldichte der kosmischen Mikrowellenstrahlung ist 430 Photonen pro  $\text{cm}^3$ . 2

### Aufgabe 2: Synchrotronstrahlung

7

Ein geladenes Teilchen laufe in einem Speicherring auf einer Bahn um, die aus Kreisabschnitten mit Radius  $R$  und geraden Segmenten besteht. Die mittlere Strahlungsleistung  $P_S$  des Teilchens der Ladung  $e$ , Masse  $m$ , Geschwindigkeit  $v \approx c$ , Energie  $E$  und Impuls  $\vec{p}$  ist gegeben durch

$$P_S = \frac{\mu_0 e^2 c^3 \gamma^{2(3-n)}}{6\pi (mc^2)^2} \cdot \left( \frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 = \frac{\mu_0 e^2}{6\pi c} \cdot \frac{a^2}{(1 - \beta^2)^n}$$

Darin ist  $a$  die Beschleunigung; der Exponent  $n$  hat den Wert 3 (2) auf Geraden (Kreisen).

- a) Zeigen Sie, dass  $P_S$  für die Kreisbahn proportional zu  $\frac{E^4}{(mc^2)^4 R^2}$  ist. Was folgt daraus für das Verhältnis der von einem Proton resp. Elektron abgestrahlten Leistung unter ansonsten gleichen Bedingungen? 3

- b) Die Energie der Strahlteilchen wird durch dauerhafte Zuführung von Energie konstant gehalten. Berechnen Sie den pro Umlauf auf den Kreissegmenten entstehenden Energieverlust durch Synchrotronstrahlung  $\Delta E = P_S \cdot \Delta t$  für die Elektronen maximaler Energie (27.5 GeV) bei HERA. Der Gesamtumfang bei HERA beträgt 6.3 km; allerdings ist der Ablenkradius  $R$  der Magneten nur 600 m. 4

### Aufgabe 3: Kosmischer Beschleuniger

8

Der Large Hadron Collider (LHC) beschleunigt Protonen auf Energien von 7 TeV in einem Ringbeschleuniger mit einem Umfang von 27 km. Im Vergleich hierzu erreichen astrophysikalische Beschleuniger Energien von bis zu  $10^{20}$  eV.

- a) Wie groß müsste ein Ringbeschleuniger mit den gleichen Beschleunigungsparametern wie der LHC sein, um Protonen auf eine Energie von  $10^{20}$  eV zu beschleunigen? **3**
- b) Berechnen Sie die Energie die jedem Proton pro Umlauf hinzugefügt werden muss, um die Verluste durch Synchrotronstrahlung zu kompensieren. Vergleichen Sie diese Energie mit der Energie der Protonen. Ist ein Kreisbeschleuniger hier sinnvoll? **2**
- c) Wie lang müsste ein Linearbeschleuniger sein, um Protonen auf eine Energie von  $10^{20}$  eV zu beschleunigen? Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Beschleuniger-Kavitäten eine elektrische Feldstärke von 40 MV/m haben und vernachlässigen Sie Strahlungsverluste, die bei der Beschleunigung auftreten. **2**
- d) Wie groß muss das Magnetfeld sein, um Protonen bei Energien von  $10^{20}$  eV in einem Ring mit 27 km Umfang umlaufen zu lassen? Hinweis: Nehmen Sie vereinfachend an, dass das Magnetfeld homogen und senkrecht zu der Bewegungsrichtung der Protonen verläuft. **1**