Abgabe: 30.10.2014

Übung 2 zur Vorlesung Physik V

Aufgabe 1: 4-er Impuls graphisch **6**

Erstellen Sie mit einem Graphik-Programm (Liste siehe unten[1]) folgende Diagramme:

a) $\gamma(\beta)$ als Funktion von β.

b) γ als Funktion von $\beta\gamma$.

c) E als Funktion von P für $m = 1\,\mathrm{GeV}$ (in natürlichen Einheiten). Kennzeichnen Sie die Bereiche raumartiger und zeitartiger 4-er Impulse.
Zeichnen Sie in das gleiche Diagramm die Linien für die relativistische kinetische Energie E_{kin}, fuer die nicht-relativistische kinetische Energie $E_{kin,\,nicht-relat.} = \frac{P^2}{2m}$, für die erste Approximation an die relativistische Energie $E_{approx.} = m + \frac{P^2}{2m}$ sowie für Photonen ein.

Aufgabe 2: Allgemeine Lorentz-Transformation

Eine allgemeine Lorentz-Transformation in Richtung $\vec{\beta}_s$ lautet

$$p' = \Lambda p \qquad \text{oder} \qquad \begin{pmatrix} E' \\ \vec{P}\,' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_s & -\gamma_s \vec{\beta}_s^T \\ -\gamma_s \vec{\beta}_s, & I + \frac{\gamma_s - 1}{\beta_s^2} \vec{\beta}_s \vec{\beta}_s^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ \vec{P} \end{pmatrix}$$

Hier ist I die 3x3 Einheitsmatrix und

$$\vec{\beta}_s = \begin{pmatrix} \beta_{s,x} \\ \beta_{s,y} \\ \beta_{s,z} \end{pmatrix}, \qquad \vec{\beta}_s^T = \begin{pmatrix} \beta_{s,x}\, \beta_{s,y}\, \beta_{s,z} \end{pmatrix}$$

Beachten Sie, dass in der hier gewählten Matrixschreibweise das normale Skalarprodukt zweier 3-er Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ durch $\vec{a}^T \vec{b}$ gegeben ist.

a) Zeigen Sie, dass sich die Matrix Λ für den Fall $\beta_{s,y} = \beta_{s,z} = 0$ zur in der Vorlesung angegebene Standardform einer Lorentz-Transformation in x-Richtung vereinfacht. **3**

b) Zeigen Sie, dass ein 4-er Vektor, dessen raumartige Komponente $\vec{P}$ parallel zu $\vec{\beta}_s$ ist, nach der Lorentztransformation immer noch in $\vec{\beta}_s$ Richtung zeigt. **4**

c) Zeigen Sie, dass die Matrix tatsächlich eine Lorentz-Transformation darstellt, d.h. das

$$p'^2 = p^2 \qquad \text{oder} \qquad \Lambda^T g \Lambda = g \qquad \text{oder} \qquad E'^2 - \vec{P}\,'^2 = E^2 - \vec{P}^2$$

4

d) Wie sehen die Matrizen für eine Spiegelung an der $y - z$-Ebene, eine Spiegelung am Koordinatenursprung, eine Umkehr der Zeitachse und eine Rotation im Raum aus? Zeigen Sie jeweils, dass auch in diesen Fällen $\Lambda^T g \Lambda = g$ gilt. **3**

---

[1] Maple, Mathematika,
Wolfram Alpha http://www.wolframalpha.com/
ROOT http://root.cern.ch
oder andere.