

Institut für Experimentalphysik

Exercises to Advanced Particle Physics

WS 15/16

Roman Kogler, Peter Schleper

Blatt 3

---

Aufgabe 1: Chiralitätsprojektoren

10 Punkte

- a) Berechnen Sie  $\gamma^5\gamma^5$ ,  $\gamma^5\gamma^\mu + \gamma^\mu\gamma^5$ .
- b) Beweisen Sie, dass die Chiralitätsoperatoren  $P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$ , Projektionsoperatoren sind, d. h.

$$P_L + P_R = 1, \quad P_R^2 = P_R, \quad P_L^2 = P_L, \quad P_R P_L = P_L P_R = 0$$

- c) Zeigen Sie, dass für den Dirac-Strom der Form  $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  Chiralitätserhaltung gilt. Dies bedeutet, dass ein einlaufendes linkshändiges Teilchen auch im Endzustand linkshändig ist. Entsprechendes gilt für rechtshändige Teilchen.

*Tipp:* Zeigen Sie, dass  $\bar{\psi}_L = \bar{\psi}P_R$ . Zeigen Sie ferner, dass in der Zerlegung

$$\psi = \psi_R + \psi_L = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_R + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R$$

der zweite und dritte Term verschwindet.

- d) Was ergibt sich für den Massenterm in der Dirac-Gleichung, wenn Sie diesen durch die Felder  $\psi_L$  und  $\psi_R$  ausdrücken?

Aufgabe 2: 4-er Strom

4 Punkte

- a) Berechnen Sie den Vierer-Strom

$$j^\mu \sim \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$$

für die Lösung  $u^{(1)}(p_z)$  der Dirac-Gleichung, mit  $p_x = p_y = 0$ , und interpretieren Sie das Ergebnis.

### Aufgabe 3: Polarisation

4 Punkte

- a) Zeigen Sie, dass der Polarisationsvektor für Photonen mit Impuls in positiver  $z$ -Richtung  $p_z$  und positiver Helizität ( $\lambda = +1$ ),

$$\epsilon^\mu(\lambda = +1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0),$$

der rechtshändig polarisierten Form des Vektorfeldes

$$A^\mu = \epsilon^\mu \cdot e^{-ip_\nu x^\nu}$$

entspricht. Zeigen Sie auch, dass eine negative Helizität ( $\lambda = -1$ ) mit

$$\epsilon^\mu(\lambda = -1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0),$$

einer linkshändig polarisierten Welle entspricht.

*Tipp:* Die Komponenten einer rechtshändig polarisierten Welle drehen sich im Uhrzeigersinn in der Ebene senkrecht zur Bewegungsrichtung.

- b) Zeigen Sie welche Polarisation sich für das elektrische und magnetische Feld ergibt. Die Komponenten sind gegeben durch

$$E^i = \partial^i A^0 - \partial^0 A^i,$$

$$B^i = \partial^k A^j - \partial^j A^k.$$