

3.5.2 Magnetisches Moment: $g - 2$

Das aus der Dirac-Theorie für Elektromagnetismus abgeleitete magnetische Moment wird durch Beiträge höherer Ordnung oder Physik jenseits des Standardmodells beeinflusst werden. Es lässt sich experimentell sehr genau messen und erlaubt daher sehr empfindliche Tests der Theorie. Dies gilt sowohl für das magnetische Moment des Elektrons als auch des Muons. Im Folgenden wird die Messung mit Muonen besprochen, da aufgrund der höheren Muon-Masse auch Beiträge von Physik jenseits des Standardmodells größer wären als beim Elektron.

Das magnetische Moment

$$\vec{m} = g \frac{q}{2m} \vec{S} \quad (3.34)$$

ist verbunden mit einem Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (3.35)$$

und führt zu einer Präzision des Spins mit der Lamor-Frequenz

$$\omega_L = \frac{g e B}{2 m} \quad (3.36)$$

Im Vergleich dazu ist die Zyklotronfrequenz

$$\omega_c = \frac{e B}{m} \quad (3.37)$$

Bringt man Muonen daher auf eine Kreisbahn in einem Magnetfeld, so kann man gleichzeitig ω_c und ω_L messen. Wenn exakt $g = 2$ wäre, würde der Spin mit der gleichen Frequenz präzisieren, d.h. die Spin-Komponente würde immer parallel zum Impuls zeigen. Die Helizität wäre also konstant. Jede kleine Abweichung von $g = 2$ führt dagegen zu einer Änderung der Helizität mit jedem Umlauf. Gemessen wird daher

$$a_\mu = \frac{\omega_L - \omega_c}{\omega_c} \quad (3.38)$$

Für das bisher genaueste Experiment am BNL wurde ein Speicherring für Muonen verwendet. Die Muonen entstehen dabei durch den Zerfall

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad (3.39)$$

Da der Spin $S_\pi = 0$ ist und Neutrinos fast masselos sind, bewirkt die Paritätsverletzung der Schwachen Wechselwirkung, dass die Neutrinos und damit auch die Muonen stark polarisiert entstehen.

Die mittlere Reichweite der Muonen beträgt

$$l = \gamma \cdot \beta \cdot c \cdot \tau \quad \text{mit} \quad \tau = 2,2 \cdot 10^{-6} \quad (3.40)$$

Die im Muon-Zerfall entstehenden Elektronen sind durch den Lorentz-Boost besonders hochenergetisch, wenn die Elektronen in Impulsrichtung der Muonen emittiert werden.

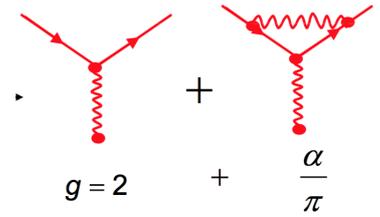


Abb. 3.9

Spindrehung im \vec{B} -Feld

Kreisbahn im Magnetfeld

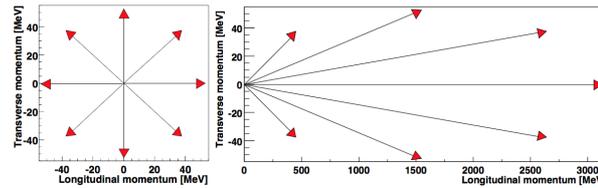


Abb. 3.10 Elektron-Impulse vor und nach Lorentz-Boost.

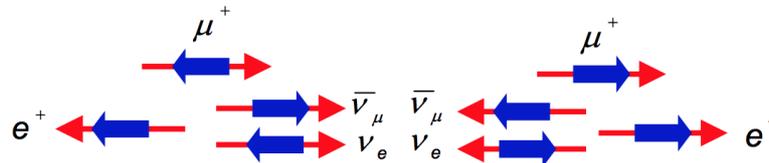


Abb. 3.11 Helizitäten im Muon-Zerfall.

Die Wahrscheinlichkeit hierfür hängt von der Polarisation der Muonen ab. Es reicht also im Experiment aus, die Anzahl der Elektronen oberhalb einer fast beliebigen Energieschwelle entlang der Kreisbahn zu messen, um die Frequenz der Änderung der Helizität messen. Dies geschieht auf der Innenseite der Rings in Kalorimetern. Es handelt sich also um ein Zählexperiment als Funktion der Zeit. Die Genauigkeit hängt dabei von der Anzahl der Muonen ab, die nach vielen Umläufen noch vorhanden sind. Wichtig ist aber auch die Messung des mittleren Magnetfeldes entlang der Kreisbahn der Muonen. Dies erfolgt mit Hilfe einer NMR Probe, die durch den Beschleuniger gezogen wird. Tatsächlich hängt ω_a nicht nur vom Magnetfeld ab, sondern auch von elektrischen Feldern,

$$\vec{\omega}_a = \frac{q}{m} \left[a_\mu \vec{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{\beta} \times \vec{E} \right] \quad (3.41)$$

Man wählt daher als Impuls der Muonen gerade $P_\mu = 3,094 \text{ GeV}$, so dass $\gamma_\mu = 29,3$, denn dann ist der Ausdruck in der Klammer vor einem eventuell vorhandenen störenden \vec{E} -Feld im Idealfall Null oder vernachlässigbar klein wird.

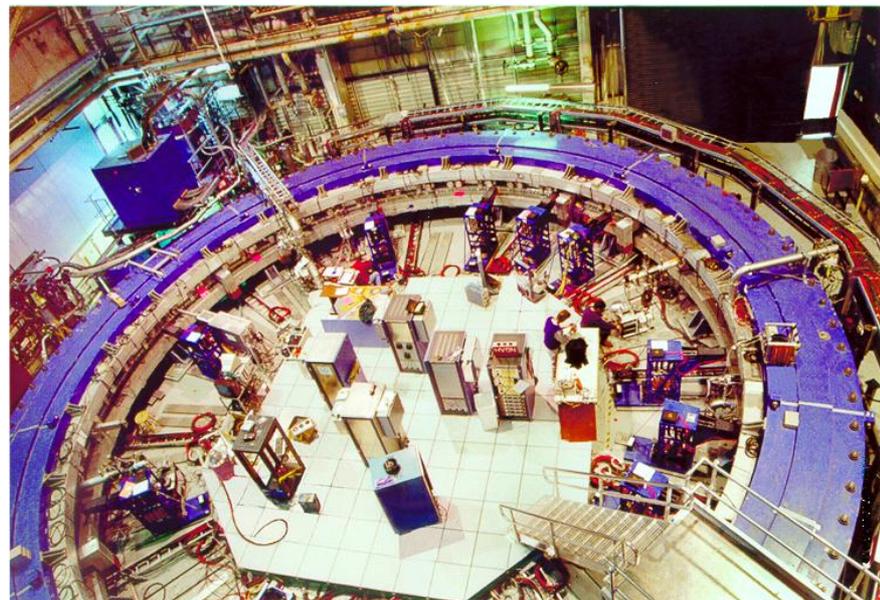


Abb. 3.12 Muon $g - 2$ Experiment bei BNL.

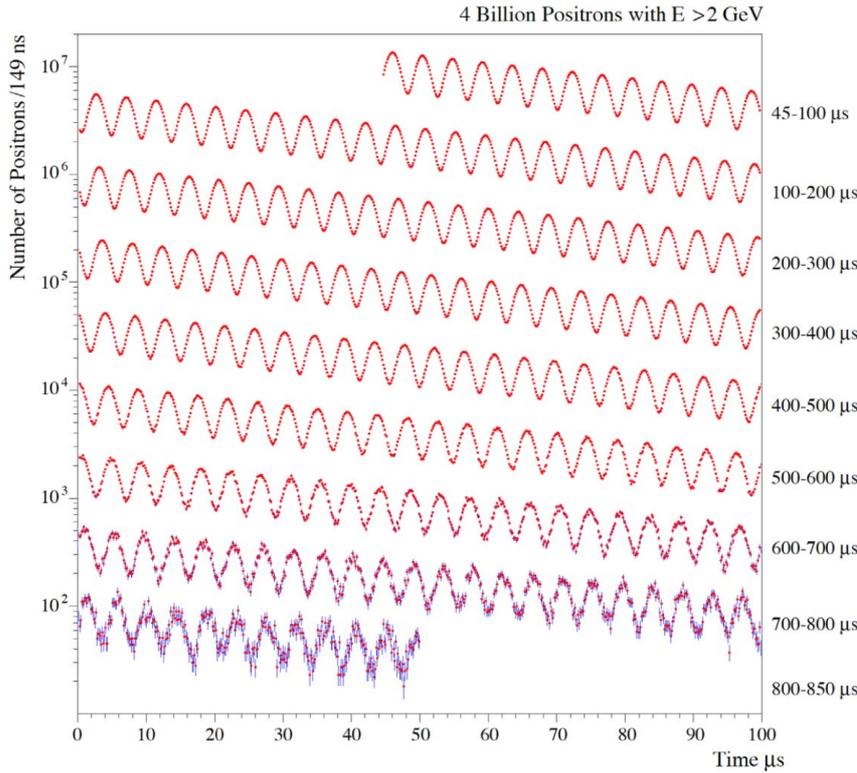


Abb. 3.13 Zählrate von Elektronen mit $E > 2\text{ GeV}$ im $g - 2$ Experiment. Die Zählrate fällt entsprechend der Lebensdauer der Muonen. Die Zählrate oszilliert durch den Unterschied zwischen Lamor- und Zyklotron-Frequenz.

Aus diesen Messungen findet man experimentell

$$a_{\mu}^{exp} = 116592091(54)(33) \times 10^{-11} \quad (3.42)$$

Theoretisch ergibt sich g aus den Beiträgen höherer Ordnung aller Wechselwirkungen. Die schwache WW trägt beispielsweise $152 \cdot 10^{-11}$ bei. Am schwierigsten sind die Beiträge durch die starke Wechselwirkung zu berechnen, so dass hier Experimentelle Daten aus der e^+e^- Streuung zu Hilfe genommen werden. Man findet derzeit

$$a_{\mu}^{SM} = 116591803(1)(42)(26) \times 10^{-11} \quad (3.43)$$

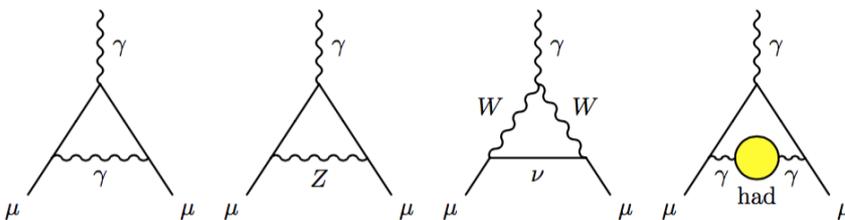


Abb. 3.14 Beiträge zu $g-2$ durch Elektromagnetismus, schwache und starke Wechselwirkung.



Abb. 3.15 Beiträge zu $g-2$ durch α^3 Beiträge im Elektromagnetismus.

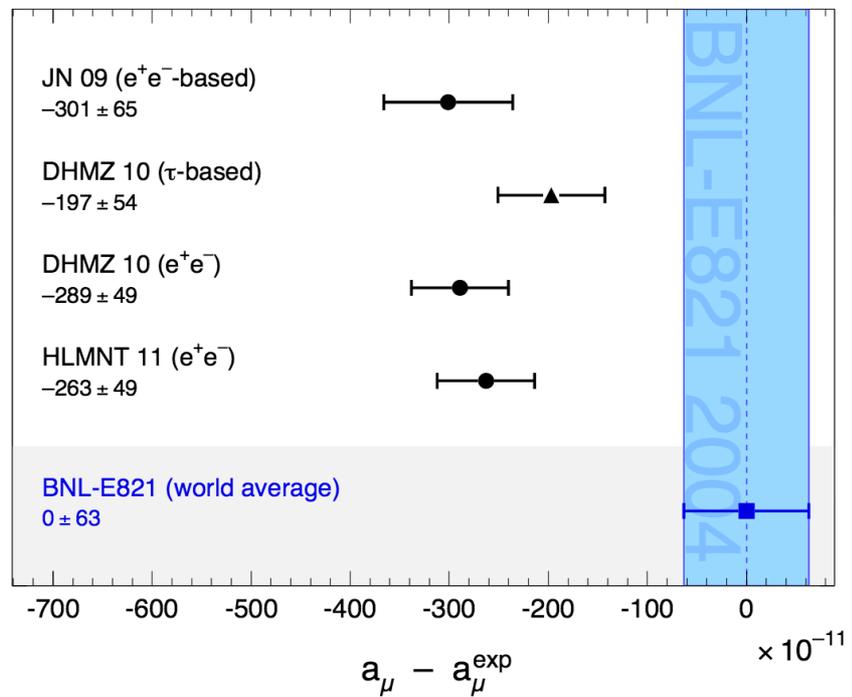


Abb. 3.16 Vergleich des Ergebnisses des BNL-Experiments mit verschiedenen theoretischen Rechnungen. Die Abweichungen liegen bei ca. $3, 6\sigma$.

Im Vergleich dazu sind Beiträge z.B. durch neue Supersymmetrische Teilchen von der Größenordnung

$$a_{\mu}^{SUSY} = \pm 130 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{100 \text{ GeV}}{m_{SUSY}} \right)^2 \cdot \tan \beta \quad (3.44)$$

, also vergleichbar zu den gemessenen Abweichungen.

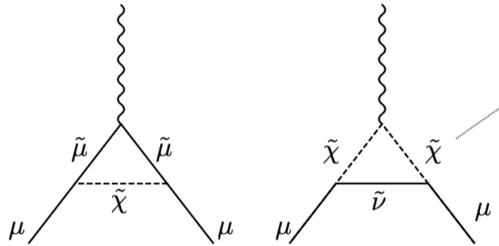


Abb. 3.17 Beiträge zu $g-2$ durch Supersymmetrie.

Die $g-2$ Messungen werden in den nächsten Jahren durch neue Experimente am Fermilab und in Japan noch deutlich genauer werden.